EC1311: Teoría Electromagnética

Problemas propuestos para el tema 3, "Campos Electromagnéticos en la Materia"

Prof. Orlando Sucre, Octubre 1994

1.- Se tiene un sistema con simetría esférica, constituído por una concha esférica de radio "a", la cual tiene una densidad superficial de carga uniforme η_0, y una concha esférica de radio "b" de material conductor perfecto conectado a tierra. El espacio a<r<b está lleno de un material conductor homogéneo de conductividad σ_0.

a) Calcule el campo electrostático y la densidad volumétrica de corriente en todo el espacio.

b) Calcule la densidad superficial de carga inducida en el conductor perfecto.

2.- Se tiene un sistema con simetría cilíndrica, compuesto por: una fuente de corriente lineal I_O en dirección z, ubicada en $\rho=0$, 0<z<L; dos discos conductores perfectos de radio 3R, ubicados en z=0 y z=L; y un tubo resistivo cilíndrico hueco, de radio interno R y radio externo 3R, constituído por un material homogéneo de conductividad σ_0.

a) Calcule $\overline{H}$ en la región $\rho<R$, $0\leq\varphi\leq 2\pi$, 0<z<L, utilizando las ecuaciones de Maxwell en forma integral.

b) ¿Cuánto vale $\oint_L \left(\overline{K}\cdot\overline{1n}\right)dl$ en el trayecto dado por la intersección del cilindro $\rho=R/2$ con el plano z=L?

c) Calcule $\overline{K}$ en la superficie $\rho<R$, $0\leq\varphi\leq 2\pi$, z=L a partir de la respuesta de la parte c). ¿Satisface el $\overline{K}$ calculado la condición de borde para $\overline{J}$ en la superficie en cuestión?

d) Calcule $\overline{H}$ en la región $R<\rho<3R$, $0\leq\varphi\leq 2\pi$, 0<z<L, utilizando las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial y las condiciones de borde en $\rho=R$.

e) Calcule $\overline{E}$ en la región $R<\rho<3R$, $0\leq\varphi\leq 2\pi$, 0<z<L.

f) Calcule $\overline{E}$ en la región $\rho<R$, $0\leq\varphi\leq 2\pi$, 0<z<L a partir de las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial y las condiciones de borde en $\rho=R$.

g) ¿Cuánto vale el flujo de campo eléctrico a través de la superficie de un cubo de lado L/2 centrado en $\rho=0$, z=L/2, suponiendo que L>R? ¿Por qué?

3.- Se tiene un inductor de sección circular, de radio "b" y longitud "l" (b <<l) excitado en $\rho=b$ con una corriente superficial con densidad $\overline{K}=K_0\overline{1\varphi}$. En el interior del solenoide existe un material magnético estratificado cuya permeabilidad es $\mu=\mu_1$ en $a<\rho<b$ y $\mu=\mu_2$ en $\rho<a$. Suponiendo que no hay desbordamiento del campo, calcule la intensidad de campo magnético en el interior del dispositivo.

4.- Se tiene un capacitor de placas paralelas que ocupa la región $0\leq x\leq l$, $0\leq y\leq w$, $0\leq z\leq d$; cuyo interior está lleno de material dieléctrico. Las placas del conductor perfecto están en z=0 y z=d. Suponiendo d<<l y d<<w, calcule: $\overline{E}$, $\overline{P}$ y $\overline{D}$ en el interior del sistema, y las distribuciones de carga del sistema, si se establece una diferencia de potencial Vo entre las placas, en los casos:

a) $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$, con $\varepsilon_r > 1$ y constante

b) $\varepsilon = \varepsilon(z) = \varepsilon_0(1+z/d)$

c) $\varepsilon = \varepsilon(z) = \varepsilon_0 .2d/(z+d)$.

sabiendo que $Vo = -\int_0^d \overline{E}\cdot\overline{dl}$

5.- Se tiene un capacitor constituído por dos conchas cilíndricas concéntricas de radio a y c (c>a) y longitud L (L>>c) de conductor perfecto de espesor despreciable. El espacio $a<\rho<c$ está lleno de material dieléctrico. Se conecta una diferencia de potencial Vo entre los conductores, con el conductor externo en 0 V. Calcule $\overline{E}$, $\overline{P}$ y $\overline{D}$, y las distribuciones de carga del sistema en los siguientes casos:

a) $\varepsilon = \varepsilon_0\,\varepsilon_r$, con $\varepsilon_r > 1$ y constante $a<\rho<c$.

b) $\varepsilon = \varepsilon_1$ en $a<\rho<b$, $\varepsilon = \varepsilon_2$ en $b<\rho<c$, ε_1 y ε_2 constantes

c) $\varepsilon = \varepsilon_1$ en $0<\varphi<\pi$, $\varepsilon = \varepsilon_2$ en $\pi<\varphi<2\pi$, ε_1 y ε_2 constantes.

d) $\varepsilon = \varepsilon(\rho) = \varepsilon_0(1+\rho/c)$, $a<\rho<c$.

6.- Se tiene un capacitor constituído por dos conchas esféricas de conductor perfecto, grosor nulo y radios a y c (c>a). El interior del capacitor está lleno con dos materiales dieléctricos lineales e isotrópicos, uno no homogéneo con $\varepsilon(r) = \varepsilon_0\, r/a$ en a<r<b, y otro homogéneo con $\varepsilon = \varepsilon_0\, b/a$ en b<r<c.

a) Suponiendo que $\phi(a)$= 1V y $\phi(0)$= 0V, calcule $\overline{E}$, $\overline{P}$ y $\overline{D}$ en el interior del sistema, sabiendo que $Vac = -\int_c^a \overline{E}\cdot\overline{dl}$.

b) Calcule todas las distribuciones de carga del sistema.

c) Calcule la capacitacncia del sistema.

7.- Se tiene un conductor cilíndrico de radio R y longitud L>>R, el cual transporta una corriente superficial $\overline{K} = K_{0\varphi}\overline{1\varphi} + K_{0z}\overline{1z}$ en $\rho=R$ y está lleno de un material magnético lineal e isotrópico. Calcule $\overline{H}$, $\overline{B}$ y $\overline{M}$ en el interior del sistema; calcular la inductancia del sistema, dada por $L = \psi_m I$, donde $\psi_m = \int_S \overline{B}\cdot\overline{da}\,\Big|_{(z\ ctte)}$ e I es la corriente que atraviesa la superficie del inductor.

Considere los siguientes casos:

a) μ=ctte, $\rho<R$

b) $\mu = \mu(\rho) = \mu_0(1+(\rho/R)^2)$, $\rho<R$

c) $\mu = \mu_1$ en $\rho<R/2$, $\mu = \mu_2$ en $R/2<\rho<R$; μ_1 y μ_2 constantes

8.- Se tiene un bloque de material magnetizable con espesor d, infinito en x e y, cuya permeabilidad magnética es $\mu(z) = 100\,\mu_0\left[1+(z/d)^2\right]$. En z=0 y z=d existen planos conductores que transportan corrientes cuyas densidades superficiales son $\overline{K}_1 = -K_0\overline{1x}$ y $\overline{K}_2 = -K\,\overline{1x}$. Se conoce que $\overline{B}$ es nula para z<0.

a) Calcule $\overline{B}$ y $\overline{H}$ dentro del material en función de K_o.

b) Calcule el valor que debe tener K, en función de K_o, para que $\overline{B}$ sea nula en z>d.